3.4函数的单调性与极值

1. http://nos.netease.com/edu-image/F6A4993F60127D38ADAE7DA2F4BA78D0.png?imageView&thumbnail=520x520&quality=100

令f(x)=e^x-1-ln(1+x)

则，f(x)’=e^x-1/(1+x) f(x)’’=e^x+1/(1+x)^2恒>0 f(x)’在定义域内单增，又f(0)’=0，所以f(x)’只有一个零点x=0；又由于f(0)’’>0

所以f(x)在x=0处取得极小值且为最小值

又f(0)=0，所以f(x)在定义域x>-1内≥0，即e^x-1-ln(1+x)≥0，即e^x≥1+ln(1+x)

2. http://nos.netease.com/edu-image/5A915120F1CF108B2399221539B8B08B.png?imageView&thumbnail=520x520&quality=100

f(x)=(x-1)+1/(x-1)，x≠1

f(x)’=1-1/(x-1)^2=0时，x=11=2或0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | (-∞,0) | 0 | (0,1) | 1 | (1,2) | 2 | (2,+∞) |
| f(x)’ | + | 0 |  | 不存在 |  | 0 | + |
| f(x) | ↗ | 极大值 | ↘ | 非极值 | ↘ | 极小值 | ↗ |

所以该函数的极值为f(0)=-2，f(2)=2。

3. http://nos.netease.com/edu-image/A1961F89FCFFFBCE56A59170A42DAE9A.png?imageView&thumbnail=520x520&quality=100

f(x)’=(1+x^2-2x^2)/(1+x^2)^2=(1-x^2)/(1+x^2)^2=0的解为x=1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | (-∞,-1) | -1 | (-1,1) | 1 | (1,+∞) |
| f(x)’ |  | 0 | + | 0 |  |
| f(x) | ↘ | 极小值 | ↗ | 极大值 | ↘ |

由于x=1∈[-2,5]，所以考虑

f(-2)=-2/5<f(1)=1/2

f(5)=5/26>f(-1)=-1/2

则f(x)在闭区间[-2,5]上的最值为：最大值为1/2，最小值为-1/2。

4. http://nos.netease.com/edu-image/546BFCFDCB02719D036B91D7E439D4DF.png?imageView&thumbnail=520x520&quality=100

考虑此油罐有盖子：

V=πhr^2，S=2πr^2+2πrh=2πr^2+2V/r

S(r)’=4πr2V/r^2=0时，4πr^32V=0，即r=

此时h=V/(πr^2)====

此时d/h=2r/h=/=/=1

综上，r=，h=，d/h=1。